



MÉTODOS DE PREVISÃO

Mestrado em Decisão Económica e
Empresarial

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

Jorge Caiado

Departamento de Matemática e CEMAPRE,
Instituto Superior de Economia e Gestão/UTL,

Email: jcaiado@iseg.utl.pt

Web: <http://pascal.iseg.utl.pt/~jcaiado/>

Lisboa

Parte I – MÉTODOS DETERMINÍSTICOS DE PREVISÃO

1. Com base no ficheiro de EViews “Dados_metodosprevisao.wk1”, página “Vinho”, efectue as seguintes análises:
 - a) Construa o cronograma da série “vinho” (vendas de vinho tinto na Austrália) e os principais gráficos sazonais.
 - b) Estime os índices sazonais pelo método das médias móveis multiplicativas. Interprete os seus valores.
 - c) Estime as componentes de tendência, sazonal, cíclica e irregular a partir da série “vinho”. Represente-as graficamente.

2. Considere os seguintes valores da série de vendas de um certo produto financeiro:

	ANO 1				ANO 2				ANO 3			
	1ºT	2ºT	3ºT	4ºT	1ºT	2ºT	3ºT	4ºT	1ºT	2ºT	3ºT	4ºT
Y_t	24	34	28	30	31	42	32	34	39	53	43	47

- a) Ajuste aos dados modelos de médias móveis de ordem 5 e 6.
- b) Se admitir que os valores da série observada apresentam movimentos de carácter oscilatório, aconselharia um aumento ou uma diminuição do período de média móvel? Justifique.
- c) Calcule os factores sazonais para os 4 trimestres através do método multiplicativo de médias móveis.
- d) Suponha que no 4º trimestre do Ano 3 se obteve pelo método de Holt-Winters com sazonalidade multiplicativa os seguintes valores:

$$\hat{a}(12) = 47.058; \hat{b}(12) = 2.143; \hat{S}_{12} = 1.017; \hat{S}_{11} = 0.954; \hat{S}_{10} = 1.185; \hat{S}_9 = 0.865$$

com $\alpha = 0.3; \beta = 0.25$ e $\gamma = 0.15$

Tendo observado $Y_{13}=44$, $Y_{14}=61$, $Y_{15}=50$, $Y_{16}=53$, apresente previsões para os 4 trimestres subsequentes.

3. Considere uma série temporal observada em 6 meses consecutivos:

t	1	2	3	4	5	6
Y_t	80	85	100	125	160	200

Ajuste aos dados um modelo de Holt com $\alpha=0.45$ e $\beta=0.2$ (inicializando com as primeiras 4 observações) e estabeleça previsões para os três meses seguintes ($t = 7, 8$ e 9).

4. Considere a série da taxa de desemprego em Portugal entre o 1º trimestre de 1994 e o 3º trimestre de 1995:

Ano/Trim.	Y_t	Ano/Trim.	Y_t
1994:1	6.8	1995:1	7.4
1994:2	6.7	1995:2	7.0
1994:3	6.8	1995:3	6.9
1994:4	7.1		

Usando o método de Holt, com $\alpha = 0.2$ e $\beta = 0.05$, estime a taxa de desemprego para o 4º trimestre de 1995. Considere as primeiras 2 observações na inicialização.

5. No quadro seguinte encontram-se os resultados líquidos da empresa ABC, em 5 anos sucessivos, e os respectivos alisamentos exponenciais simples e duplos:

t	1	2	3	4	5
Y_t	40	38	45	50	51
M_t	22	23.6	25.74	28.17	30.45
D_t	4	5.96	7.94	9.96	12.01

- a) Determine o valor da constante de alisamento e interprete-o.
 b) Calcule as estimativas iniciais do nível e do declive de tendência da série, $a(1)$ e $b(1)$.
 c) Sabendo que $Y_6 = 60$ estabeleça previsões dos valores do resultado líquido da empresa para os instantes $t = 7, 8$ e 9 .

6. Os valores mensais da taxa de inflação homóloga em Portugal no período de Janeiro de 1997 a Dezembro de 1998 encontram-se no quadro seguinte:

Período	Tx. Inflação	Período	Tx. Inflação
1997:01	3.3	1998:01	1.9
1997:02	2.9	1998:02	2.1
1997:03	2.5	1998:03	2.3
1997:04	1.8	1998:04	2.7
1997:05	2.1	1998:05	2.6
1997:06	1.8	1998:06	2.9
1997:07	1.7	1998:07	3.1
1997:08	1.9	1998:08	3.1
1997:09	1.8	1998:09	3.1
1997:10	1.8	1998:10	3.2
1997:11	2.1	1998:11	3.1
1997:12	2.3	1998:12	3.2

Ajuste aos valores da série observada no período de 1998:07 a 1998:12 um modelo de alisamento exponencial duplo com $\alpha = 0.15$. Estabeleça previsões para os meses de Janeiro, Fevereiro e Março de 1999.

7. Com base no seguinte modelo de previsão para séries com tendência e sem sazonalidade:

$$a(t) = \alpha Y_t + (1 - \alpha)[a(t-1) + b(t-1)] , 0 < \alpha < 1$$

$$b(t) = \beta[a(t) - a(t-1)] + (1 - \beta)b(t-1) , 0 < \beta < 1$$

e nos valores $b(23) = 5.5$, $\hat{Y}_{24} = 246.48$ e $Y_{24} = 266$ para $\alpha = 0.501$ e $\beta = 0.072$, estabeleça previsões para os instantes $t = 25, 26$ e 27 .

8. A aplicação do método de Holt-Winters multiplicativo no ajustamento de uma série de dados trimestrais, conduziu às seguintes grandezas: $S(17) = 0.8$, $S(18) = 0.8$, $S(19) = 1$, $S(20) = 1.4$, $a(20) = 203.4$ e $b(20) = -2.3$, com $\alpha = 0.3$, $\beta = 0.2$ e $\gamma = 0.3$. Tendo-se observado $Y_{21} = 184$ e $Y_{22} = 198$, apresente previsões para os 4 trimestres subsequentes.

9. Sejam M_t e D_t respectivamente os alisamentos exponenciais simples e duplo dos valores de uma série. Em que condições se tem $M_t < D_t$, $M_t > D_t$ e $M_t \approx D_t$? Justifique convenientemente a sua resposta.

10. No quadro abaixo encontram-se dados do ajustamento de um modelo de alisamento exponencial duplo $\alpha=0.3$ a uma série com 3 observações:

T	Y_t	M_t	D_t	$a(t)$	$B(t)$	Previsões
1	20			15.00	5.00	
2	25					
3		15.88				
4						
5						

Complete os valores em falta.

11. O ajustamento do modelo de Holt-Winters aditivo a uma série de dados trimestrais, com $\alpha=0.25$, $\beta=0.3$ e $\gamma=0.1$, conduziu às seguintes grandezas: $S_1=18.75$, $S_2=-31.25$, $Y_3=75$, $Y_4=200$, $a(4)=131.25$, $Y_5=125$ e $P_5=156.25$. Apresente previsões para os 4 trimestres subsequentes (P_6 , P_7 , P_8 e P_9).

12. Mostre que o modelo de alisamento exponencial simples (M_t) representa uma média móvel ponderada das observações passadas da série Y_t , isto é, $M_t = \alpha \sum_{j=0}^{t-1} (1-\alpha)^j Y_{t-j}$.

13. A aplicação do modelo de alisamento exponencial duplo, com $\alpha = 0.2$, a uma série temporal Y_t com 30 observações conduziu a $M_{30} = 140$ e $D_{30} = 105$.

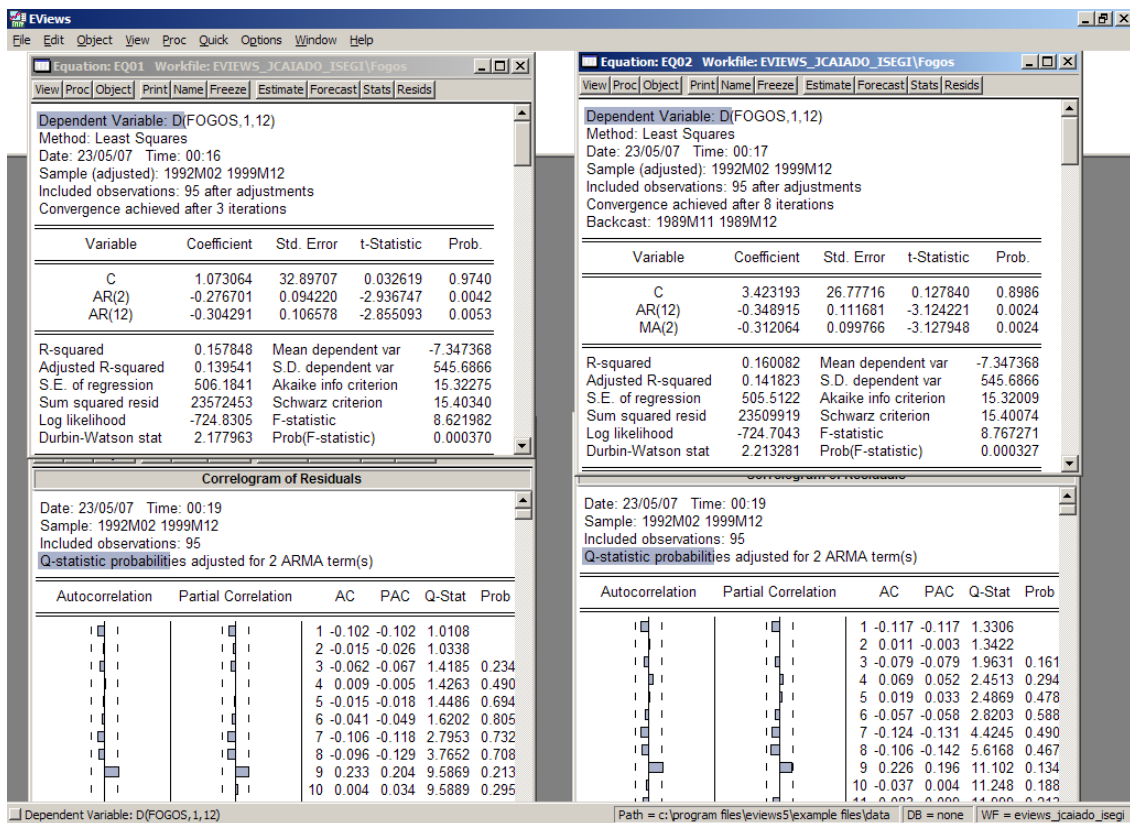
- a) Utilize estes valores para inicializar a aplicação do modelo de Holt.
- b) Com $Y_{31} = 23$, $Y_{32} = 31$, $\alpha = 0.2$, $\beta = 0.15$, apresente previsões com o modelo de Holt para os instantes 33 e 34.

14. Com o objectivo de prever a taxa de inflação mensal (Y_t), um consultor financeiro recorreu à metodologia de previsão de Holt (alisamento exponencial com duas equações de actualização) e obteve as grandezas $a(156)=3.971554$ e $P_{157}=4.008614$ com as constantes de alisamento $\alpha=0.6$ e $\beta=0.15$. Se no mês $t=157$ observar que $Y_{157}=4.3$, obtenha as estimativas de $a(157)$ e $b(157)$ e as previsões P_{158} , P_{159} e P_{160} .
15. A aplicação do modelo de Holt-Winters multiplicativo a uma série com 10 observações trimestrais, com $Y_{10}=20$ e $\gamma=0,2$, conduziu às seguintes grandezas: $S_6=0.6$; $S_7=0.8$; $S_8=0.4$; $\hat{Y}_{11} = 25$; $\hat{Y}_{12} = 22$. Face ao exposto obtenha uma previsão para o instante $t=14$.

Parte II – MODELOS ESTOCÁSTICOS DE PREVISÃO

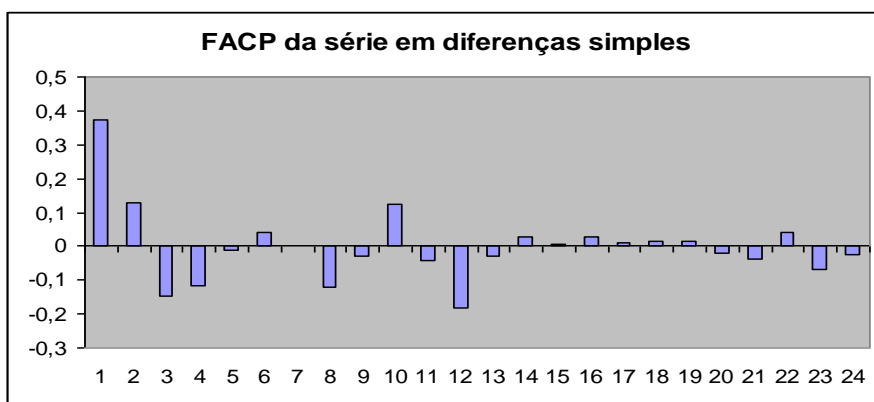
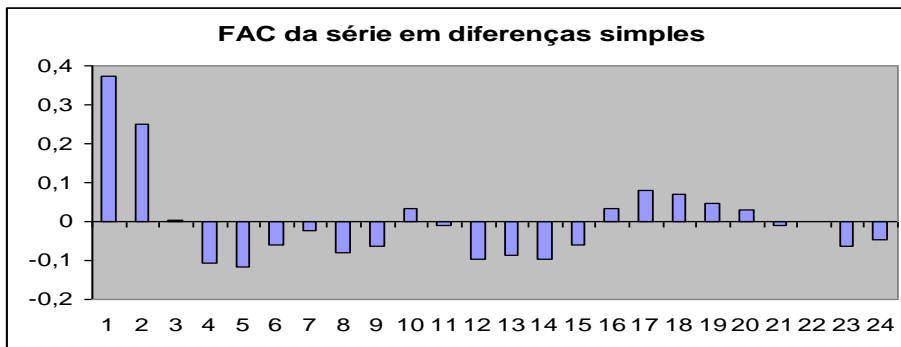
1. Escreva as equações estimadas EQ01 e EQ02 em função da série original (nº de fogos construídos) e comente os resultados de estimação em termos de:

- Significância estatística e económica dos parâmetros;
- Avaliação da qualidade de ajustamento do modelo;
- Selecção do melhor modelo.



2. Considere uma série temporal Y_t com 50 observações mensais ajustada pelo modelo AR(1): $(1 - 0,8\phi)Y_t = 0,5 + \varepsilon_t$, onde as últimas 3 observações disponíveis são $Y_{48} = 10$, $Y_{49} = 12$ e $Y_{50} = 15$. Calcule as previsões para os valores futuros Y_{51} , Y_{52} e Y_{53} .

3. A modelação de uma série temporal com 100 observações conduziu aos seguintes resultados:



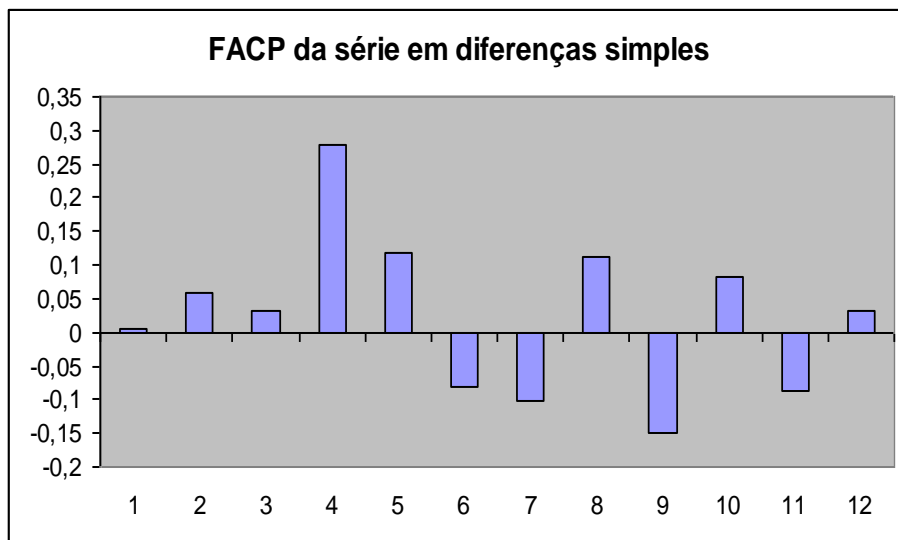
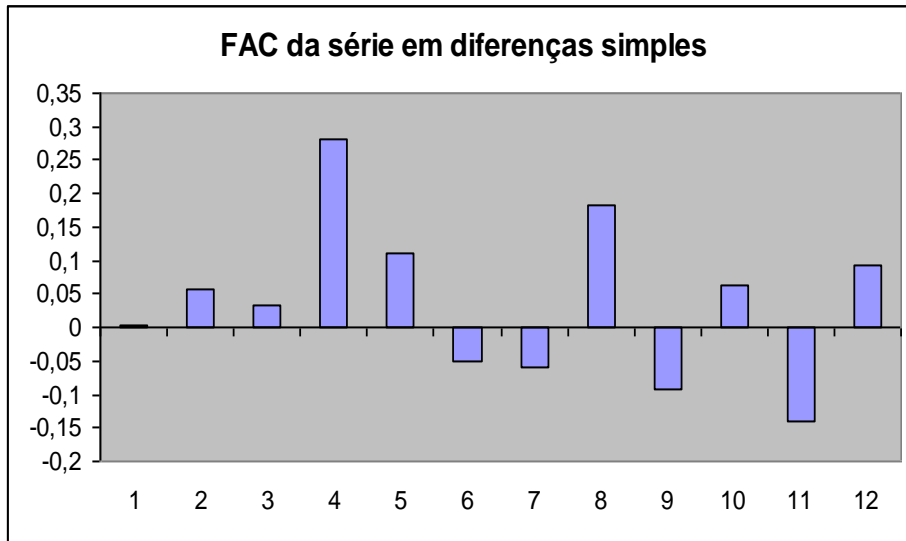
Autocorrelações e Autocorrelações parciais dos resíduos				
	FAC	FACP	Est-Q	Prob
1	-0,049	-0,049	0	
2	0,169	0,167	50.115	0,025
3	-0,058	-0,044	55.545	0,062
4	-0,093	-0,129	69.543	0,073
5	-0,081	-0,076	80.334	0,09
6	-0,018	0,012	80.887	0,151
7	0,026	0,045	82.011	0,224
8	-0,071	-0,091	90.436	0,25
9	-0,059	-0,103	96.229	0,292
10	0,068	0,092	10.405	0,319
11	0,012	0,055	10.428	0,404
12	-0,075	-0,134	11.406	0,41
13	-0,039	-0,097	11.670	0,473
14	-0,061	-0,017	12.313	0,502
15	-0,051	-0,007	12.762	0,545
16	0,046	0,032	13.143	0,591
17	0,057	0,014	13.732	0,619
18	0,049	0,021	14.158	0,656
19	0,01	0,017	14.176	0,718
20	0,02	0,001	14.247	0,769

- a) Proceda à identificação do(s) modelo(s) candidato(s) a descrever a série diferenciada. Justifique convenientemente a sua escolha.
- b) Da análise da FAC e da FACP dos resíduos, discuta a qualidade do ajustamento do modelo à série.
4. Considere o seguinte modelo ARIMA estimado com base numa série Y com 143 observações trimestrais:

Dependent Variable: D(LOG(Y),1,4)				
Date: 05/06/07 Time: 22:20				
Sample (adjusted): 1951Q1 1986Q3				
Included observations: 143 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-9.67E-05	5.81E-05	-1.663108	0.0986
AR(3)	-0.023108	0.081571	-0.283286	0.7774
SAR(8)	-0.128100	0.073435	-1.744392	0.0833
MA(4)	-0.984290	0.014067	-69.97158	0.0000
SMA(12)	-0.122485	0.054552	-2.245289	0.0263
R-squared	0.574943	Mean dependent var	-0.000777	
Adjusted R-squared	0.562622	S.D. dependent var	0.015666	
S.E. of regression	0.010361	Akaike info criterion	-6.267241	
Sum squared resid	0.014814	Schwarz criterion	-6.163645	
Log likelihood	453.1077	F-statistic	46.66555	
Durbin-Watson stat	1.280239	Prob(F-statistic)	0.000000	
Inverted AR Roots	.71+.30i	.71-.30i	.30-.71i	.30+.71i
	.14+.25i	.14-.25i	-.28	-.30+.71i
	-.30-.71i	-.71-.30i	-.71+.30i	
Inverted MA Roots	1.00	.84	.73+.42i	.73-.42i
	.42-.73i	.42+.73i	.00+.84i	

- a) Escreva o modelo na forma compactada utilizando o operador atraso. Em seguida, multiplique os polinómios e reorganize a equação de modo a isolar a série transformada $D(\text{LOG}(Y),1,4)$ no primeiro membro.
- b) Interprete o modelo estimado do ponto de vista estatístico e económico.
5. Descreva genericamente o processo de avaliação da qualidade de previsão dos modelos univariados de séries temporais.

6. Na aplicação da metodologia de Box-Jenkins a uma série temporal com 24 observações trimestrais, obtiveram-se aos seguintes resultados:



Autocorrelações e Autocorrelações parciais dos resíduos				
	FAC	FACP	Est-Q	Prob
1	0,0600	0,0600	0,0956	
2	0,1120	0,1090	0,4381	0,5080
3	-0,0330	-0,0460	0,4691	0,7910
4	0,3240	0,3220	3,6556	0,3010
5	0,0090	-0,0290	3,6580	0,4540
6	-0,1000	-0,1830	3,9965	0,5500
7	-0,0120	0,0500	4,0015	0,6760
8	-0,0640	-0,1680	4,1577	0,7610
9	-0,0800	-0,0930	4,4195	0,8170
10	-0,0110	0,1500	4,4247	0,8810

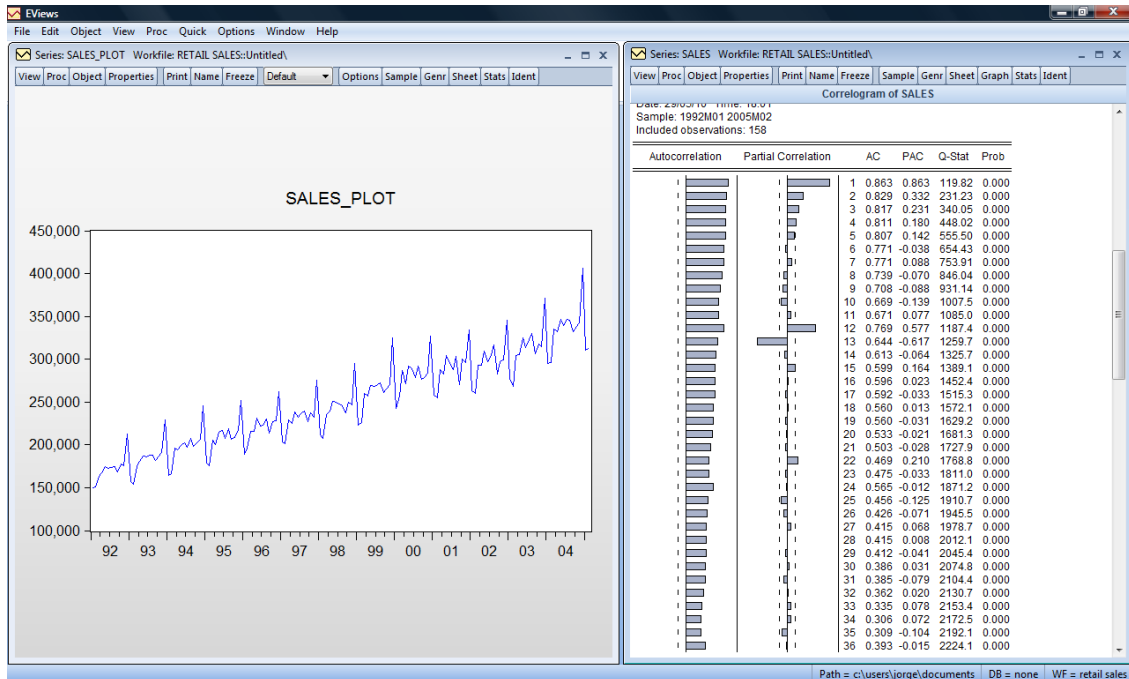
- a) Proceda à identificação do(s) modelo(s) candidato(s) a descrever a série diferenciada. Justifique convenientemente a sua escolha.
- b) Da análise da FAC e da FACP dos resíduos, discuta a qualidade do ajustamento do modelo à série.
7. Considere a seguinte equação estimada para uma série de dados mensais Y, que representa o nº de casas vendidas nos EUA, utilizando o software EViews:

Dependent Variable: D(Y,0,12)				
Method: Least Squares				
Included observations: 82 after adjustments				
Convergence achieved after 12 iterations				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.604076	1.705894	0.354111	0.7242
AR(1)	0.908627	0.049394	18.39547	0.0000
MA(2)	-0.311849	0.116772	-2.670571	0.0092
SMA(12)	-0.837225	0.038962	-21.48814	0.0000
R-squared	0.732175	Mean dependent var		0.219512
Adjusted R-squared	0.721874	S.D. dependent var		7.750786
S.E. of regression	4.087585	Akaike info criterion		5.701336
Sum squared resid	1303.252	Schwarz criterion		5.818737
Log likelihood	-229.7548	F-statistic		71.07816
Durbin-Watson stat	2.352190	Prob(F-statistic)		0.000000
Inverted AR Roots	.91			
Inverted MA Roots	.99	.85+.49i	.85-.49i	.56
	.49-.85i	.49+.85i	.00+.99i	-.00-.99i
	-.49-.85i	-.49+.85i	-.56	-.85+.49i
	-.85-.49i	-.99		

- a) Indique o número de observações da série Y.
- b) Escreva o modelo na forma compactada utilizando o operador atraso. Em seguida, multiplique os polinómios e rearranje a equação de modo a isolar Y no primeiro membro.
- c) Interprete o modelo estimado dos pontos de vista estatístico e económico.

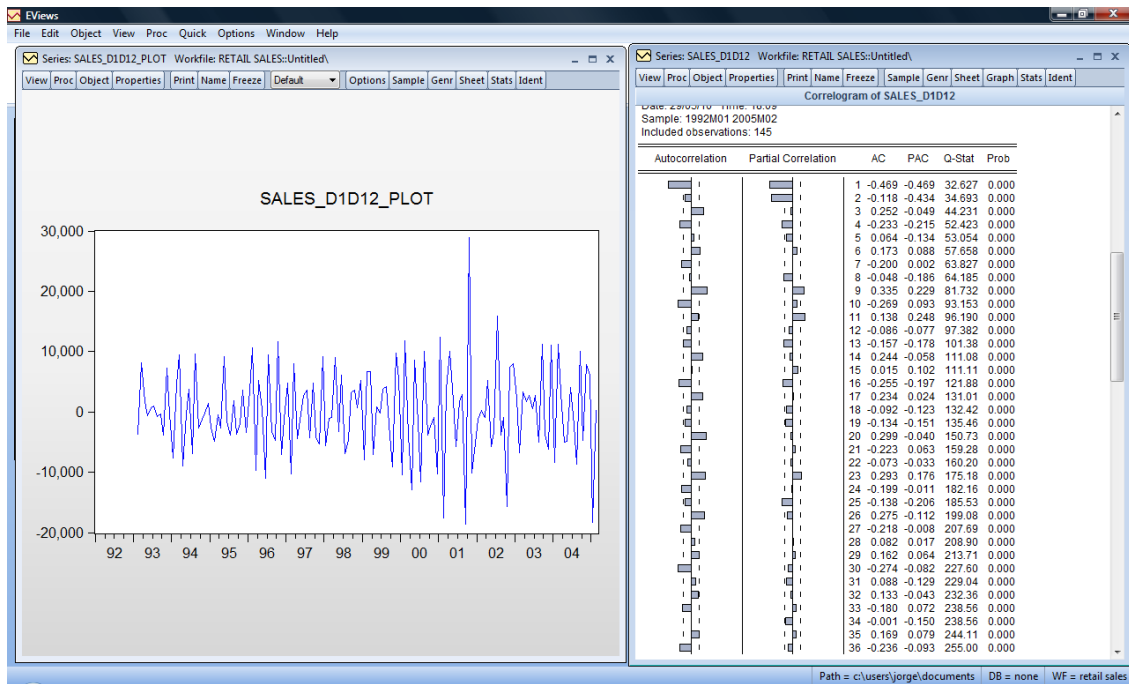
8. Considere a série de vendas mensais de “retail and food services”, em milhões de dólares, no período de Janeiro de 1992 a Fevereiro de 2005 (Fonte: U.S. Department of Commerce: Census Bureau) e as respectivas funções de autocorrelação (FAC) e autocorrelação parcial (FACP):

Figura 1



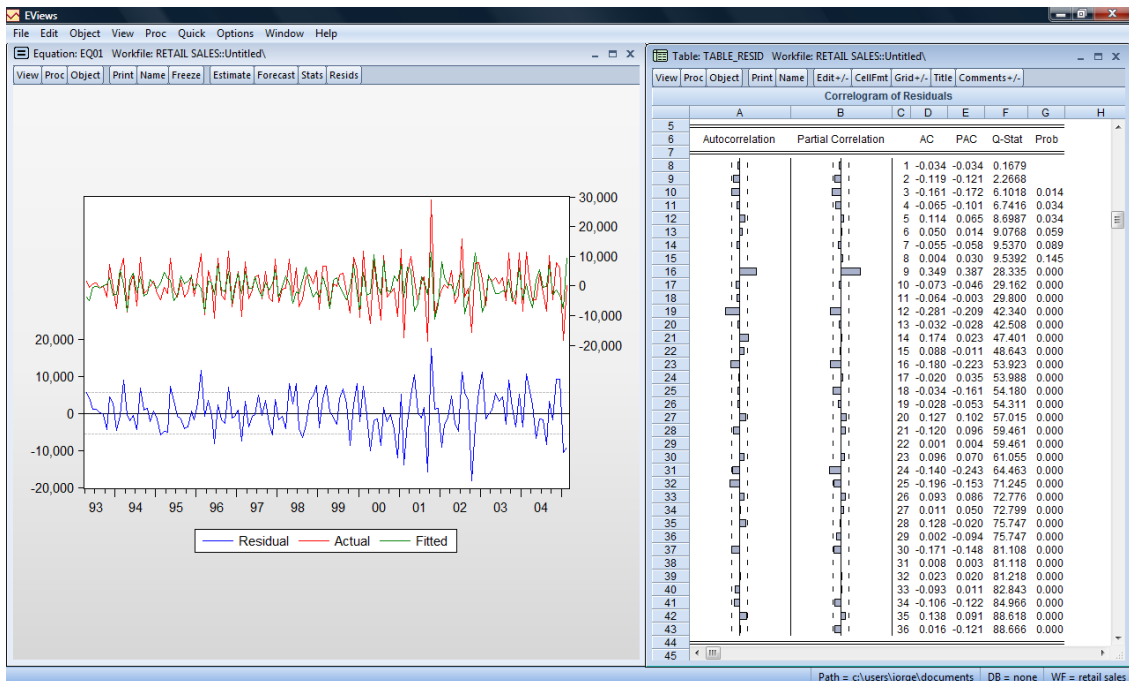
- Descreva o cronograma da série original.
- Interprete as funções de autocorrelação (FAC) e autocorrelação parcial (FACP).
- Na Figura 2 encontra-se a série com uma diferença não sazonal e uma diferença sazonal, $(1-B)(1-B^{12})Y_t$, e as respectivas FAC e FACP estimadas.
 - O que lhe sugere este cronograma?
 - Proponha um modelo SARIMA “candidato” a descrever a série. Justifique convenientemente a sua escolha.

Figura 2



d) Foi ajustado à série em estudo um modelo SARIMA, o que conduziu aos seguintes indicadores de avaliação do diagnóstico:

Figura 3



Teste a significância individual da FAC e da FACP e a significância global da FAC para os primeiros 24 desfasamentos. Refira-se à qualidade de ajustamento do modelo à série.

9. Considere que foi ajustado o seguinte modelo ARMA a uma série de dados anuais no período de 1980-2005:

$$Y_t = c + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_3 Y_{t-3} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1},$$

onde c é uma constante e ε_t é um ruído branco.

- a) Identifique os parâmetros p e q .
- b) Explique a estrutura do modelo.
- c) As últimas 5 observações da série foram as seguintes:

Ano	2001	2002	2003	2004	2005
Y_t	67	75	71	72	83

Com base nos parâmetros estimados $c = 15.6$, $\phi_1 = 0.75$, $\phi_3 = -0.24$ e $\theta_1 = 0.45$, apresente previsões para os próximos três anos (2006, 2007 e 2008). Admita que $\hat{\varepsilon}_{2005} = 0$

10. Utilizando o operador atraso, escreva um modelo ARIMA de parâmetros $\phi_1 = 0.75$, $\phi_2 = -0.27$ e $\theta_1 = -0.45$ com a aplicação de uma transformação logarítmica (de base natural) e uma diferenciação dupla. Em seguida, reescreva o modelo sem o operador atraso.

11. Considere que foi ajustado um modelo SARIMA à série da taxa de desemprego (UNRATE) nos Estados Unidos, entre 1953:Q1 e 2004:Q4, num total de 208 observações trimestrais. Os resultados obtidos foram os seguintes:

Equação estimada

Dependent Variable: DLOG(UNRATE,1,4)				
Method: Least Squares				
Convergence achieved after 15 iterations				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	0.631224	0.055690	11.33465	0.0000
MA(4)	-1.365138	0.066688	-20.47052	0.0000
MA(8)	0.164233	0.107965	1.521177	0.1298
MA(12)	0.213443	0.062978	3.389164	0.0008
R-squared	0.797690	Mean dependent var		-0.004416
Adjusted R-squared	0.794625	S.D. dependent var		0.096881
S.E. of regression	0.043905	Akaike info criterion		-3.393979
Sum squared resid	0.381672	Schwarz criterion		-3.328469
Log likelihood	346.7919	Hannan-Quinn criter.		-3.367474
Durbin-Watson stat	2.075837			
Inverted AR Roots	.63			
Inverted MA Roots	.99	.92	.53-.53i	.53-.53i
	.00+.99i	-.00+.92i	-.00-.99i	-.00-.92i
	-.53+.53i	-.53-.53i	-.92	-.99

Correlograma

	AC	PAC	Q-Stat	Prob		AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	-0.040	-0.040	0.3306		11	-0.048	-0.023	12.909	0.074
2	0.096	0.095	2.2431		12	-0.028	-0.043	13.077	0.109
3	-0.055	-0.048	2.8692		13	0.008	0.005	13.091	0.159
4	0.056	0.044	3.5336		14	-0.014	-0.029	13.135	0.216
5	-0.124	-0.112	6.7268	0.009	15	-0.081	-0.055	14.580	0.203
6	0.109	0.093	9.2319	0.010	16	-0.002	-0.019	14.581	0.265
7	0.058	0.091	9.9548	0.019	17	-0.048	-0.059	15.104	0.301
8	-0.004	-0.032	9.9581	0.041	18	0.040	0.055	15.460	0.347
9	-0.043	-0.039	10.345	0.066	19	-0.028	-0.009	15.633	0.407
10	0.098	0.087	12.404	0.054	20	0.031	-0.008	15.845	0.464

- a) Indique o número de observações incluídas na estimação.
- b) Escreva o modelo na forma compactada utilizando o operador atraso. Em seguida, escreva a equação de modo a isolar a série $UNRATE_t$ no primeiro membro.
- c) Avalie a qualidade de estatística das estimativas obtidas e a qualidade de ajustamento do modelo aos dados.

d) Sabendo que a taxa de desemprego (UNRATE) observada nos últimos dois anos foi a seguinte:

Período	UNRATE
2003Q1	5.8
2003Q2	6.1
2003Q3	6.1
2003Q4	5.9
2004Q1	5.7
2004Q2	5.6
2004Q3	5.4
2004Q4	5.4

Estabeleça uma previsão para o trimestre subsequente, 2005Q1 (admita que $\varepsilon_t=0$, $t=1953Q1, \dots, 2005Q4$)

12. Num estudo de modelação e previsão do número de novas habitações particulares (em milhares) nos Estados Unidos, entre Janeiro de 1985 e Dezembro de 2005 (Fonte: Federal Reserve Bank of St Louis), obtiveram-se os seguintes resultados:

Figura 1

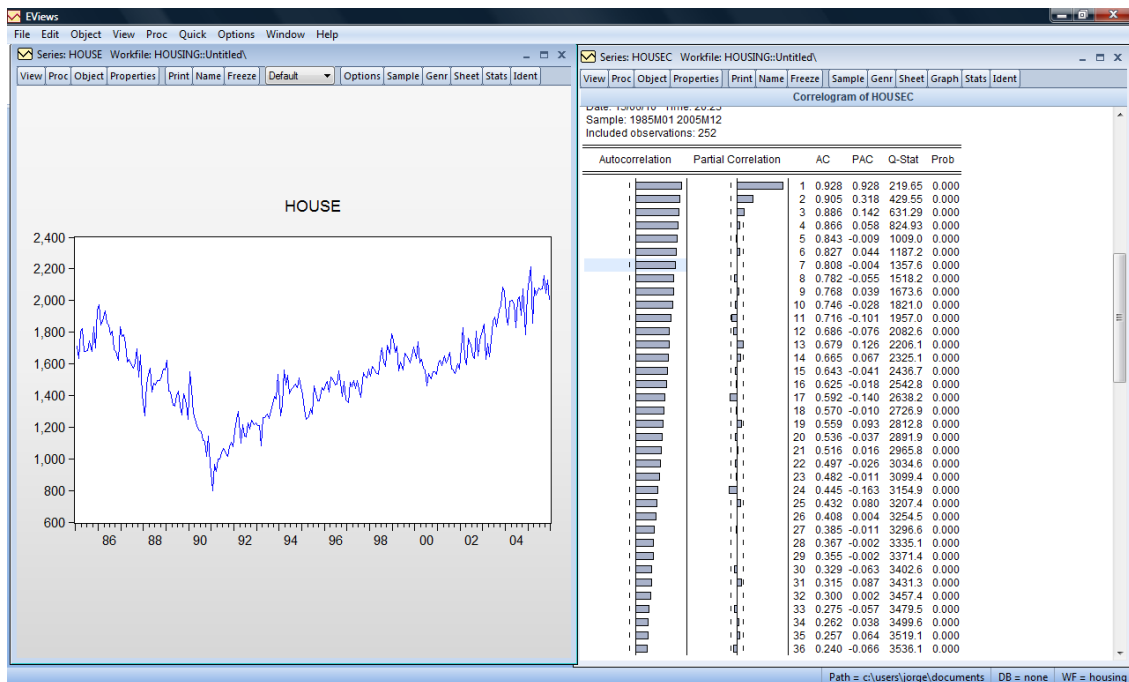


Figura 2

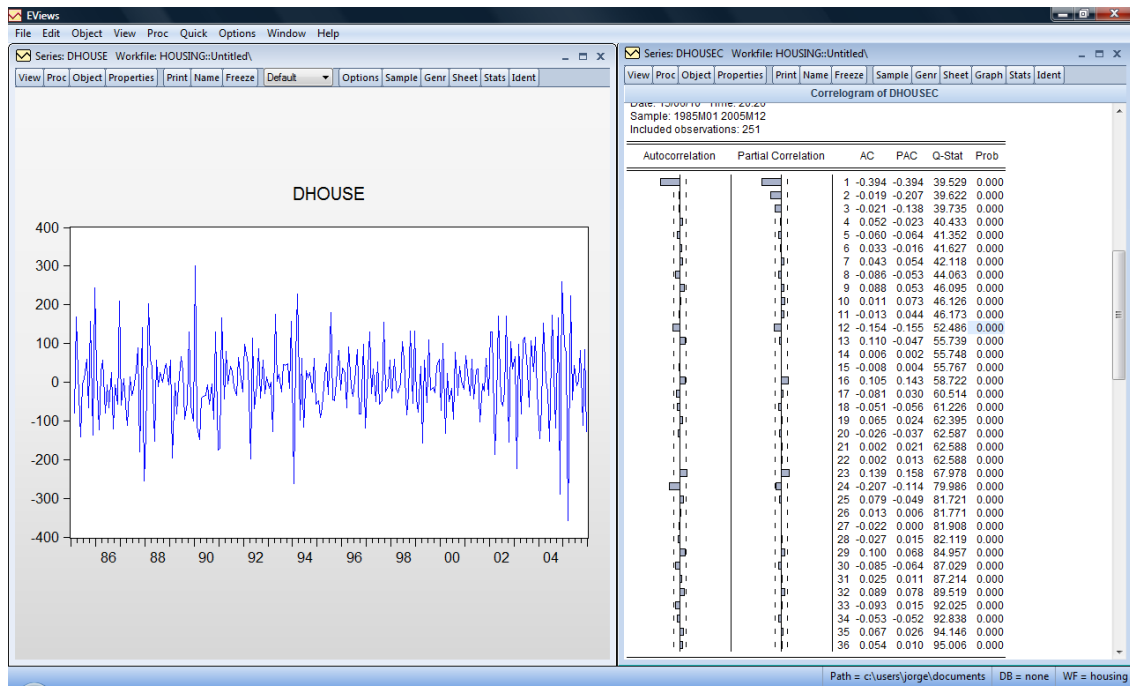
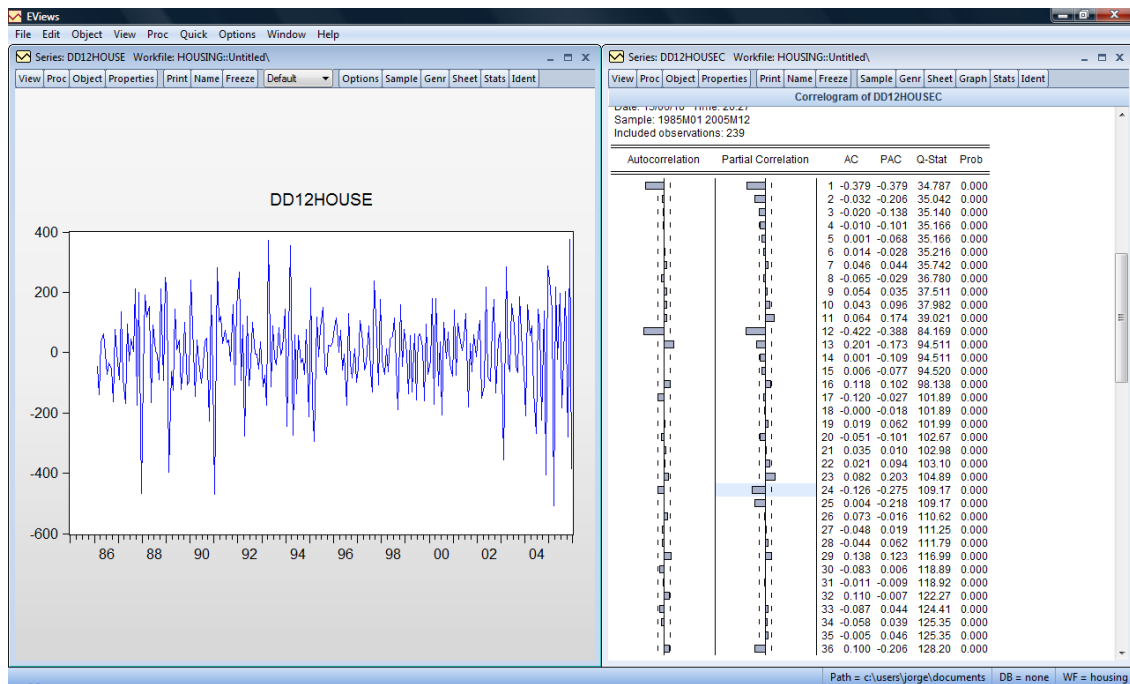


Figura 3



onde:

HOUSE = Série original

DHOUSE = Série com uma diferenciação simples

DD12HOUSE = Série com uma diferenciação simples e uma diferenciação sazonal

- a) Interprete o cronograma da série original e o respectivo correlograma.
- b) Comente a estacionaridade da série transformada com uma diferenciação simples.
- c) Identifique um modelo SARIMA para descrever a série com base no correlograma da série com uma diferenciação simples e uma diferenciação sazonal. Justifique convenientemente a escolha.
- d) Com base nos resultados seguintes, interprete os resultados de estimação e avaliação do diagnóstico dos modelos **A** e **B**. Qual dos dois modelos se adequa melhor à série em estudo?
- e) Escreva os modelos **A** e **B** com e sem o operador atraso.

Modelo A

Dependent Variable: D(HOUSE)				
Method: Least Squares				
Sample (adjusted): 1986M03 2005M12				
Included observations: 238 after adjustments				
Convergence achieved after 5 iterations				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.756316	3.469742	0.217975	0.8276
AR(1)	-0.393528	0.059936	-6.565815	0.0000
SAR(12)	-0.183156	0.065253	-2.806849	0.0054
R-squared	0.181186	Mean dependent var		0.647059
Adjusted R-squared	0.174218	S.D. dependent var		97.11671
S.E. of regression	88.25244	Akaike info criterion		11.81080
Sum squared resid	1830296.	Schwarz criterion		11.85457
Log likelihood	-1402.486	Hannan-Quinn criter.		11.82844
F-statistic	26.00030	Durbin-Watson stat		2.156248
Prob(F-statistic)	0.000000			
Inverted AR Roots	.84-.22i	.84+.22i	.61-.61i	.61+.61i
	.22+.84i	.22-.84i	-.22-.84i	-.22+.84i
	-.39	-.61+.61i	-.61+.61i	-.84-.22i
	-.84+.22i			

Correlograma dos resíduos

	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	-0.079	-0.079	1.5220	
2	-0.208	-0.216	12.026	
3	-0.010	-0.050	12.050	0.001
4	0.045	-0.007	12.538	0.002
5	-0.054	-0.066	13.251	0.004
6	0.044	0.042	13.722	0.008
7	0.055	0.044	14.480	0.013
8	-0.049	-0.026	15.083	0.020
9	0.077	0.102	16.549	0.021
10	0.050	0.055	17.167	0.028
11	-0.064	-0.018	18.193	0.033
12	-0.086	-0.066	20.053	0.029
13	0.089	0.050	22.048	0.024
14	0.022	0.006	22.170	0.036
15	0.059	0.093	23.050	0.041
16	0.112	0.137	26.295	0.024
17	-0.087	-0.038	28.265	0.020
18	-0.066	-0.013	29.404	0.021
19	0.101	0.074	32.069	0.015
20	-0.010	-0.027	32.096	0.021
21	-0.038	0.015	32.473	0.028
22	0.075	0.052	33.978	0.026
23	0.085	0.071	35.896	0.022
24	-0.149	-0.113	41.834	0.007

Modelo B

Dependent Variable: D(HOUSE,1,12)				
Method: Least Squares				
Sample (adjusted): 1986M02 2005M12				
Included observations: 239 after adjustments				
Convergence achieved after 20 iterations				
MA Backcast: 1984M01 1986M01				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1.027255	0.296058	3.469773	0.0006
MA(1)	-0.552458	0.053822	-10.26450	0.0000
SMA(12)	-1.332734	0.059762	-22.30085	0.0000
SMA(24)	0.390877	0.057403	6.809328	0.0000
R-squared	0.671795	Mean dependent var		-1.259414
Adjusted R-squared	0.667605	S.D. dependent var		147.4373
S.E. of regression	85.00306	Akaike info criterion		11.73985
Sum squared resid	1697997.	Schwarz criterion		11.79803
Log likelihood	-1398.912	Hannan-Quinn criter.		11.76329
F-statistic	160.3387	Durbin-Watson stat		1.970618
Prob(F-statistic)	0.000000			
Inverted MA Roots	.99	.93	.86+.50i	.86-.50i
	.81-.47i	.81+.47i	.55	.50-.86i
	.50+.86i	.47-.81i	.47+.81i	.00+.99i
	.00-.99i	-.00-.93i	-.00+.93i	-.47-.81i
	-.47+.81i	-.50-.86i	-.50+.86i	-.81+.47i
	-.81-.47i	-.86+.50i	-.86-.50i	-.93
	-.99			

Correlograma dos resíduos

	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	0.010	0.010	0.0238	
2	-0.030	-0.030	0.2396	
3	-0.011	-0.010	0.2668	
4	0.058	0.057	1.0837	0.298
5	-0.045	-0.047	1.5797	0.454
6	0.015	0.019	1.6349	0.651
7	0.057	0.056	2.4464	0.654
8	-0.011	-0.016	2.4788	0.780
9	0.066	0.076	3.5664	0.735
10	-0.008	-0.014	3.5829	0.826
11	-0.055	-0.057	4.3375	0.825
12	0.045	0.056	4.8599	0.846
13	0.064	0.048	5.8986	0.824
14	0.009	0.013	5.9193	0.879
15	0.063	0.075	6.9412	0.861
16	0.122	0.106	10.803	0.627
17	-0.056	-0.054	11.626	0.636
18	-0.051	-0.038	12.315	0.655
19	0.089	0.081	14.389	0.570
20	-0.011	-0.025	14.420	0.637
21	-0.036	-0.027	14.757	0.679
22	0.031	0.018	15.010	0.722
23	0.077	0.058	16.592	0.679
24	-0.125	-0.120	20.800	0.471

13. Considere o seguinte modelo:

$$(1 - 0.35B)(1 - B)Y_t = 52 + \varepsilon_t,$$

onde ε_t é um ruído branco de média zero e variância unitária.

- a) Com base nas observações $Y_{99}=125.6$ e $Y_{100}=142.8$, estabeleça previsões para os instantes $t=101, 102, 103$.
- b) Admitindo que o valor de Y_t no instante $t=101$ foi igual a 100.7, actualize as previsões obtidas na alínea anterior.

14. A série do consumo mensal de gasóleo, entre Janeiro de 1991 e Dezembro de 2007, e as respectivas funções de autocorrelação (FAC) e autocorrelação parcial (FACP) estimadas encontram-se na Figura 1.

- a) Descreva o cronograma da série original e interprete as FAC e FACP estimadas.
- b) Na Figura 2 encontram-se as FAC e FACP estimadas da série transformada com uma diferenciação simples e uma diferenciação sazonal. Com base nestas

funções, proponha um modelo “candidato” a descrever a série original. Justifique convenientemente a sua escolha.

Figura 1

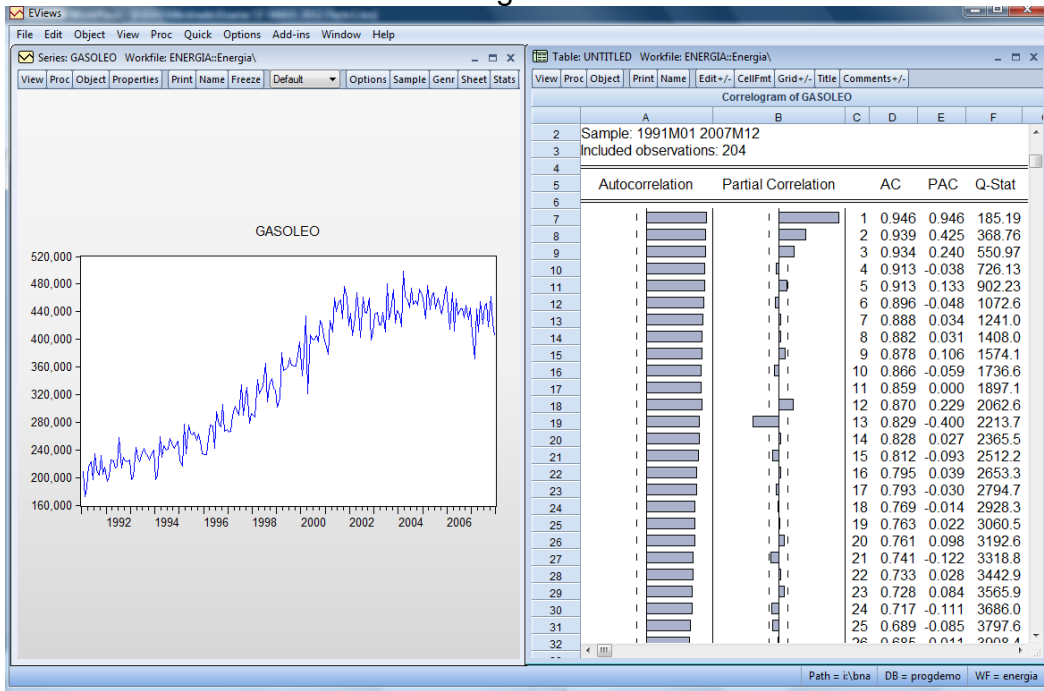
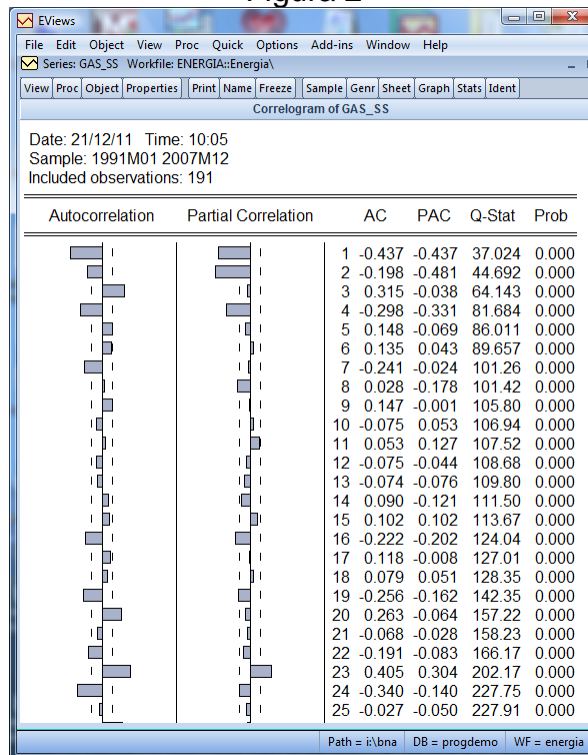
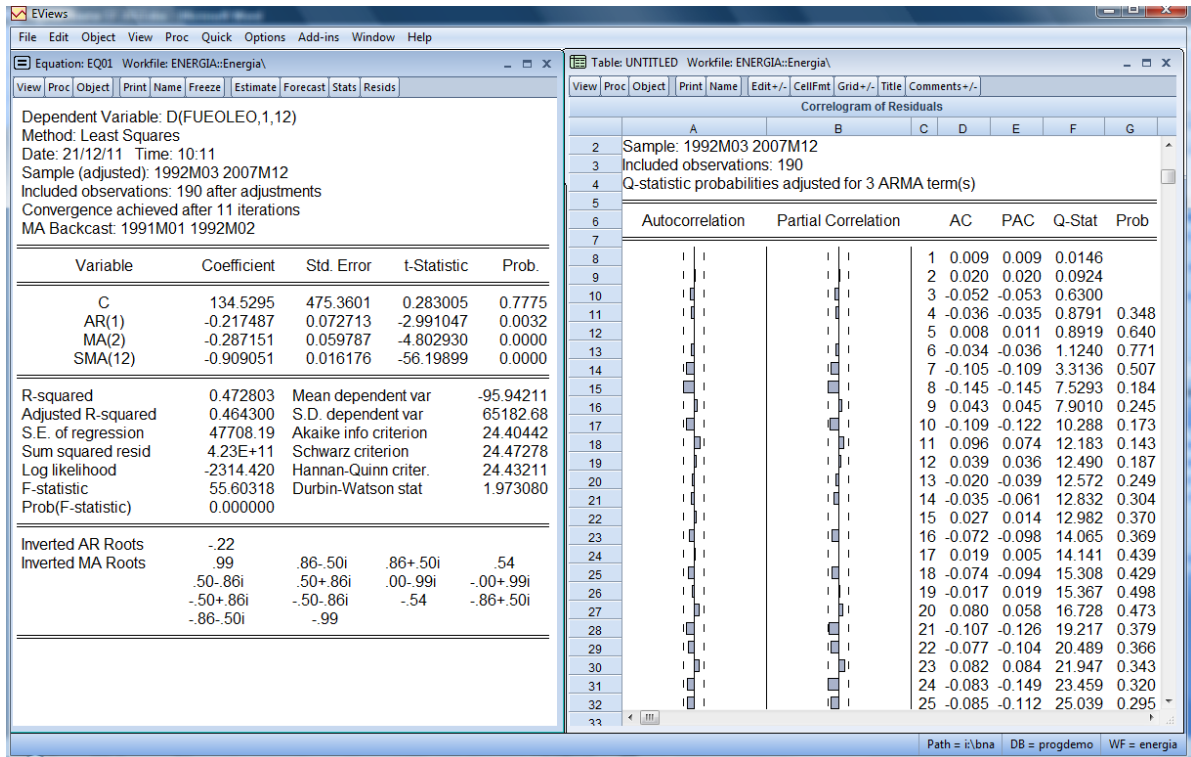


Figura 2



15. Num outro estudo do consumo de energia em Portugal, foi especificado e estimado pelo EViews um modelo de Box-Jenkins à série do consumo de fúeóleo, cujos resultados se encontram na figura seguinte.



- a) Identifique o modelo e escreva-o de modo a isolar a série FUEOLEO no primeiro membro.
- b) Refira-se à qualidade estatística dos parâmetros estimados.
- c) Teste a significância global da FAC residual e da FACP residual para os primeiros 24 lags e refira-se à qualidade de ajustamento do modelo.

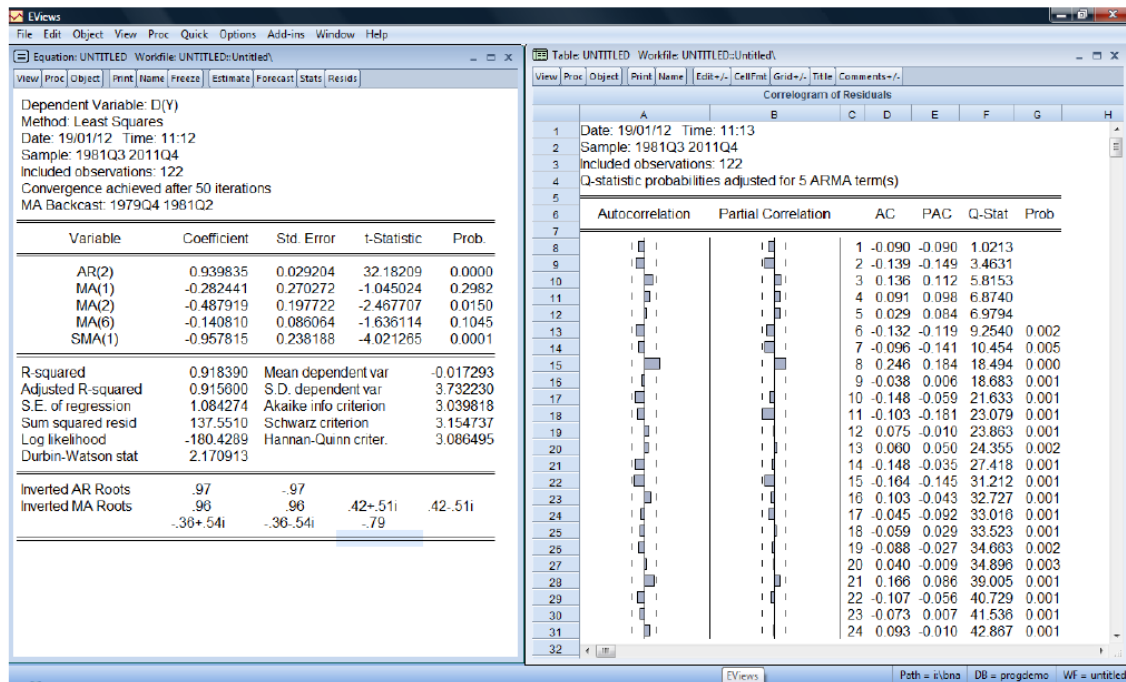
16. Considere que foi ajustado o modelo ARIMA(2,1,0) a uma série económica:

$$(1 - 1.2B + 0.85B^2)(1 - B)Y_t = \varepsilon_t$$

onde ε_t é um processo "ruído branco".

- a) Com base nas últimas cinco observações disponíveis da série, $Y_{96}=100$, $Y_{97}=130$, $Y_{98}=175$, $Y_{99}=210$ e $Y_{100}=245$, respectivamente, estabeleça previsões para as observações Y_{101} , Y_{102} e Y_{103} .
- b) Deduza a respectiva função de previsão.

17. A aplicação da metodologia de Box-Jenkins a uma série económica Y_t conduziu aos resultados de estimação seguintes:



- a) Identifique o modelo e escreva-o sem o operador atraso.
- b) Refira-se às suas qualidades estatística e de ajustamento.

18. Considere o modelo

$$(1-B)^2 Y_t = (1-0.7B-0.25B^2)\epsilon_t$$

- a) Será este modelo estacionário para Y_t ? Justifique convenientemente a sua resposta.
- b) Seja $W_t = (1-B)^2 Y_t$. Será este modelo estacionário para W_t ? Justifique convenientemente a sua resposta.
- c) Represente graficamente a FAC e a FACP teóricas do modelo para a série W_t .

19. Considere o modelo

$$(1-B^4)(1-B) Y_t = (1-0.2B)(1-0.6B^4)\epsilon_t$$

onde ϵ_t é um processo "ruído branco". Com base na origem de previsão $t=60$, estabeleça previsões de Y_t a 1, 2 e 3 passos à frente.

20. Considere a seguinte função definida no conjunto dos números inteiros:

$$\rho_k = \begin{cases} |k| & \text{se } |k| \leq 1 \\ 2 - |k| & \text{se } 1 < |k| \leq 2 \\ 0 & \text{se } |k| > 2 \end{cases}$$

Será que esta função pode ser considerada uma FAC de um processo estacionário? Justifique.

21. Seja Y_t um processo estacionário de média nula. Considere os processos

$$X_t = (1 - 0.4B)Y_t \quad \text{e} \quad W_t = (1 - 2.5B)Y_t$$

- Determine as funções de autocovariância de X_t e W_t .
- Mostre que X_t e W_t têm a mesma FAC.

22. Considere um modelo ARIMA(0,2,3).

- Escreva o modelo com e sem o operador atraso.
- Determine a expressão geral do preditor com origem em t e horizonte m .

23. Considere um modelo ARIMA(0,1,1). Mostre que:

$$\text{Var}[e_t(m)] = \sigma_\varepsilon^2 (1 + (m-1)(1-\theta^2))$$

24. Considere um modelo ARIMA:

$$(1 - 0.2B)(1 - B)Y_t = (1 - 0.8B)\varepsilon_t$$

com $\sigma_\varepsilon^2 = 4$. Suponha que $Y_{49} = 30$, $Y_{48} = 25$ e $\varepsilon_{49} = -2$. Calcule as previsões da série para os instantes 50, 51, 52 e 53.

25. Considere a processo AR(2):

$$(1 - 0.3B - 0.6B^2)Y_t = \varepsilon_t$$

- Represente-o na forma médias móveis.
- Determine a FACP.

26. Considere o processo estacionário ARMA(2,1):

$$Y_t = 2 + 1.3Y_{t-1} - 0.4Y_{t-2} + \varepsilon_t + \varepsilon_{t-1}$$

- Determine o valor médio de Y_t .
- Será o processo invertível?

27. Considere o modelo MA(1):

$$Y_t = 2 + \varepsilon_t - 0.6\varepsilon_{t-1}, \text{ com } \sigma_\varepsilon = 0.1$$

- Determine a expressão geral do preditor com origem em t e horizonte m .
- Calcule a correspondente variância do erro de previsão.

28. Considere um modelo ARMA(1,1). Mostre que:

$$\text{Var}[e_t(m)] = \sigma_\varepsilon^2 \left(1 + \sum_{j=1}^{m-1} \phi^{2(j-1)} (\phi - \theta)^2 \right)$$

29. Considere o modelo SARIMA(0,1,1)(0,1,1)₁₂:

$$(1 - B)(1 - B^{12})Y_t = (1 - \theta_1 B)(1 - \Theta_1 B^{12})\varepsilon_t$$

- Escreva-o sem o operador atraso.
- Suponha que $\theta_1 = 0.33$ e $\Theta_1 = 0.82$. Determine as previsões a 1, 2, 3 e m passos à frente com origem em $t = 100$.

Soluções dos Exercícios de Métodos de Previsão

Parte 1. Métodos Determinísticos de Previsão

2. a) $MM5_t = 29.4, 33.0, 32.6, 33.8, 35.6, 40.0, 40.2, 43.2, t = 3, \dots, 10$
 $MM6_t = 32.17, 32.83, 33.75, 36.58, 39.50, 40.92, t = 4, \dots, 9$
 b) Aumento c) 0.951, 1.228, 0.924, 0.926 d) 48.995, 68,999, 57.173, 62.585
5. a) 0.1 b) $a(1)=40, b(1)=2.00$ c) 54.80, 56.94, 59.08

Parte 2. Métodos Estocásticos de Previsão

1. Eq1: $X_t = 1.69 - 0.28X(t-2) - 0.30X(t-12) + E_t$, com $X_t = (1-B)(1-B^{12})Y_t$
 Eq2: $X_t = 4.62 - 0.35X(t-12) + E_t - 0.31E(t-2)$, com $X_t = (1-B)(1-B^{12})Y_t$ e $4.62 = (1+0.35)*3.42$
2. 12.5; 10.5; 8.9
4. a) $X_t = 0.00012 - 0.023X(t-3) - 0.128X(t-8) - 0.003X(t-11) + E_t - 0.984E(t-4) - 0.122E(t-12) + 0.12E(t-16)$, com $X_t = (1-B)(1-B^4)Y_t$
6. a) Por exemplo: SARIMA(0,1,0)(1,0,0)₄
7. a) 95
 a) $Y_t = 0.054 + 0.91Y(t-1) + Y(t-12) - 0.91Y(t-13) + E_t - 0.31E(t-1) - 0.84E(t-12) + 0.26E(t-13)$
8. c) (ii) Por exemplo: SARIMA(1,1,0)(1,1,0)₁₂ ou SARIMA(2,1,0)(1,1,0)₁₂
11. a) 202
 b) SARIMA(1,1,0)(0,1,3)₄
 d) $\approx 5.3\%$
12. c) Por exemplo: SARIMA(0,1,1)(0,1,1)₁₂
13. a) 200.82; 273.13; 350.44
 b) 100.7; 137.97; 203.01
14. a) Por exemplo: SARIMA(2,1,0)(0,1,1)₁₂
15. a) SARIMA(1,1,2)(0,1,1)₁₂, com $\theta_1 = 0$
 $Y_t = (1+0.22)*135 - 0.22Y(t-1) + E_t - 0.29E(t-2) - 0.91E(t-12) + 0.26E(t-14)$
 b) Os parâmetros são significativos a 1%; $Q=23.459$ (prob=0.32); FAC Residual significativa no "lag" 8
16. a) 257.25; 242.2; 213.73
 b) $P_t(1) = (1+\phi_1)Y_t + (\phi_2 - \phi_1)Y(t-1) + \phi_2 Y(t-2)$
 $P_t(2) = (1+\phi_1)P_t(1) + (\phi_2 - \phi_1)Y_t + \phi_2 Y(t-1)$
 $P_t(m) = (1+\phi_1)P_t(m-1) + (\phi_2 - \phi_1)P(m-2) + \phi_2 P(m-3), m > 2$

17. a) SARIMA(2,1,6)(0,0,1)₄, com $\phi_1=0$ e $\theta_3=\theta_4=\theta_5=0$

$$Y_t = Y_{t-1} + 0.94Y_{t-2} - 0.94Y_{t-3} + E_t - 0.28E_{t-1} - 0.49E_{t-2} - 0.96E_{t-4} + 0.27E_{t-5} + 0.61E_{t-6} + 0.13E_{t-10}$$
20. Não, pois $\text{Rho}(0) = 0 \neq 1$
21. a) $\text{Gama}_X(k) = (1 - 0.4B)^2 \text{Gama}_Y(k)$ e $\text{Gama}_W(k) = (1 - 2.5B)^2 \text{Gama}_Y(k)$
22. a) $Y_t = 2Y_{t-1} - Y_{t-2} + E_t - \theta_1 E_{t-1} - \theta_2 E_{t-2} - \theta_3 E_{t-3}$
 b) $P_t(m) = 2P_t(m-1) - P_t(m-2)$, $m > 3$
24. 32.6; 33.12; 33.25; 33.28
25. a) $Y_t = \sum \psi_j E_{t-j}$, com $\psi_1 = 0.3$ e $\psi_j = 0.3 * \psi_{j-1} + 0.6 * \psi_{j-2}$, $j > 1$
 b) $\phi_{11} = 0.75$; $\phi_{22} = 0.6$; $\phi_{kk} = 0$, $k > 2$
26. a) 20
 b) Não
27. a) $Y_t(1) = 2 - 0.6E_t$; $Y_t(m) = 2$, $m > 1$
 b) $\text{Var}(\text{Erro}(1)) = 0.01$; $\text{Var}(\text{Erro}(m)) = 0.0136$, $m > 1$